8.5 空间直线、平面的平行

FIG · B2-8-5

01 · 核心定理、公式与阶段边界

$$\left.\begin{array}{l} a \not\subset \alpha \quad (\text{线在面外}) \\ b \subset \alpha \quad (\text{引路线在面内}) \\ a \parallel b \quad (\text{两直线平行}) \end{array}\right\} \Longrightarrow a \parallel \alpha$$

最易遗漏条件：$a \not\subset \alpha$！若本就在面内，则为线在面内，不能叫平行。

$$\left.\begin{array}{l} a \parallel \alpha \quad (\text{已知线面平行}) \\ a \subset \beta \quad (\text{辅助截面过该线}) \\ \alpha \cap \beta = b \quad (\text{截出交线}) \end{array}\right\} \Longrightarrow a \parallel b$$

核心本质：线面平行不能保证面内每条线都平行（很多是异面直线），只有**包含该线的截面截出的交线**才必与该线平行！

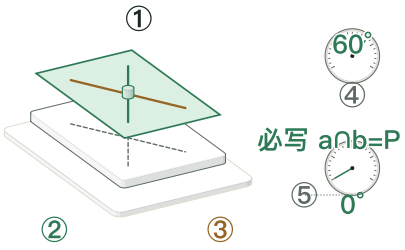
$$\text{面面判定（相交线锁死）：} \left.\begin{array}{l} a \subset \beta, b \subset \beta \\ a \cap b = P \quad (\text{两条相交直线}) \\ a \parallel \alpha, b \parallel \alpha \end{array}\right\} \Longrightarrow \beta \parallel \alpha$$

$$\text{面面性质（第三面截割）：} \left.\begin{array}{l} \alpha \parallel \beta \\ \gamma \cap \alpha = a \\ \gamma \cap \beta = b \end{array}\right\} \Longrightarrow a \parallel b$$

核心警示：一条线平行推不出面面平行（门页可绕单轴旋转相交）；两条平行线也推不出（轴向未锁死）；**必须是两条相交直线**！

02 · 动手实验台

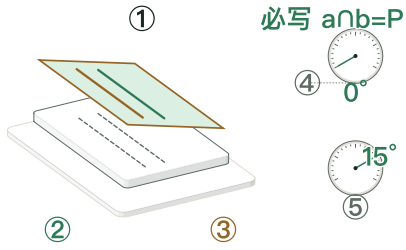
姿态 A · 基准状态



① 线面与面面平行激光台 · 两线夹角 60°（相交 a∩b=P）
② 两相交线平行于 β ⇒ α//β 锁定
③ 平面实际倾角 |τ| = 0°
④ 面内两线夹角 · 量程[0°, 90°]
⑤ 平面失稳倾角 · 量程[0°, 20°]

面内两线夹角 γ 60° · 扰动倾角 τ 15°

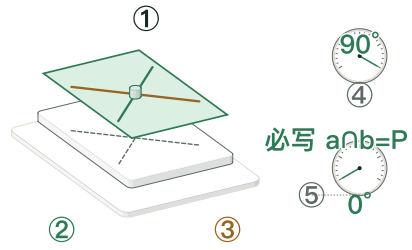
姿态 B · 下界/初始端



① 线面与面面平行激光台 · 两线夹角 0°（平行无交点!）
② 两平行线平行于 β ⇒ α 可倾斜!
③ 平面实际倾角 |τ| = 15°
④ 面内两线夹角 · 量程[0°, 90°]
⑤ 平面失稳倾角 · 量程[0°, 20°]

面内两线夹角 γ 0° · 扰动倾角 τ 15°

姿态 C · 上界/满量程端



① 线面与面面平行激光台 · 两线夹角 90°（相交 a∩b=P）
② 两相交线平行于 β ⇒ α//β 锁定
③ 平面实际倾角 |τ| = 0°
④ 面内两线夹角 · 量程[0°, 90°]
⑤ 平面失稳倾角 · 量程[0°, 20°]

面内两线夹角 γ 90° · 扰动倾角 τ 20°

03 · 诊断与易错辨析自测（先独立作答，再核对答案页）

1. 在三棱锥 $P-ABC$ 中，点 D, E 分别是侧棱 PA, PB 的中点。直线 DE 与底面 ABC 的位置关系是：

☐ **A**平行，因为 $DE \parallel AB$ 且 $DE \not\subset$ 平面 ABC，$AB \subset$ 平面 ABC

☐ **B**相交，因为延长后必交于底面　☐ **C**直线 DE 在底面 ABC 内

☐ **D**无法确定

2. 已知直线 $a \parallel$ 平面 α，经过直线 a 的平面 β 与平面 α 相交于直线 b。关于直线 a 与直线 b 的位置关系，下列说法正确的是：

☐ **A**a 与 b 是异面直线　☐ **B**$a \parallel b$　☐ **C**a 与 b 相交

☐ **D**a 与 b 互相垂直

3. 已知直线 a、b 与平面 α。若 $a \parallel b$ 且 $b \subset \alpha$，则直线 a 与平面 α 的位置关系是：

☐ **A**一定有 $a \parallel \alpha$　☐ **B**$a \parallel \alpha$ 或 $a \subset \alpha$　☐ **C**a 与 α 相交

☐ **D**一定有 $a \subset \alpha$

4. 设平面 α 内有两条不同的直线 m, n。若 $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel \beta$，则能判定 $\alpha \parallel \beta$ 成立的充分条件是：

☐ **A**$m \parallel n$　☐ **B**$m \cap n = P$（即 m 与 n 相交）　☐ **C**m 与 n 异面

☐ **D**无论 m, n 关系如何，都一定有 $\alpha \parallel \beta$

参考答案与防坑要点：

(1) [A]

A。在 $\triangle PAB$ 中，D, E 为中点，由三角形中位线定理得 $DE \parallel AB$。

因为 $DE \not\subset$ 平面 ABC，且 $AB \subset$ 平面 ABC，由线面平行判定定理，必有 $DE \parallel$ 平面 ABC。选 B 的同学把空间三角形中位线误认为会相交了。

(2) [B]

B。这是线面平行性质定理的直接应用！

因为 $a \parallel \alpha$，所以 a 与平面 α 没有公共点；而交线 $b \subset \alpha$，所以 a 与 b 绝无公共点。又因为 $a \subset \beta$ 且 $b \subset \beta$，两线共面且没有公共点，所以必有 $a \parallel b$。

(3) [B]

B。高频易错红线：**漏掉“平面外”条件！**

线面平行判定定理必须满足三个条件：$a \not\subset \alpha$、$b \subset \alpha$、$a \parallel b$。如果题目没有说明 $a \not\subset \alpha$，那么直线 a 完全可能就在平面 α 内（例如在同一平面内画两条平行线 $a \parallel b$）。因此 a 可能平行于 α，也可能在 α 内。选 A 的同学把定理的必要前提 $a \not\subset \alpha$ 漏掉了！

(4) [B]

B。高频易错红线：**面面平行判定必须是“两条相交直线”！**

若 $m \parallel n$，平面 α 可以绕平行线旋转，与平面 β 相交（正如“动手”模块 ② 中的反例）：两条平行线定不住平面，只有当两条直线相交时，平面朝向才被彻底定死，才能保证 $\alpha \parallel \beta$。另外，m, n 都在平面 α 内，不可能异面，C 选项在同一平面内不成立。