8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系

FIG · B2-8-4

01 · 核心定理、公式与阶段边界

事实 1：过不在同一直线上的三点，有且只有一个平面（三点定面）

事实 2：若直线上有两点在平面内，整条直线必全在该平面内

事实 3：两不重合平面只要有一个公共点，必有且只有一条过该点的公共交线

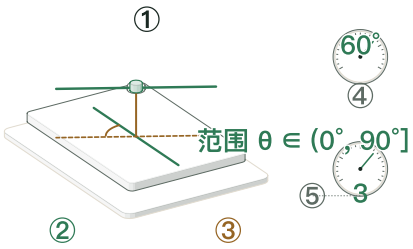
事实 4：平行于同一条直线的两条直线平行（空间平行传递性：$a \parallel b, b \parallel c \implies a \parallel c$）

异面直线所成角定义：任意平移使其相交，两线所成的锐角或直角

取值范围：$0^\circ < \theta \leq 90^\circ$　（垂直时 $\theta = 90^\circ \iff a \perp b$）

02 · 动手实验台

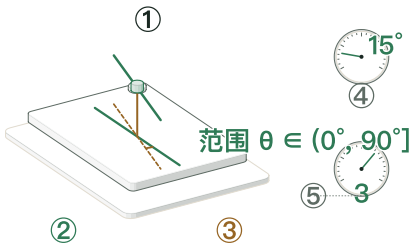
姿态 A · 基准状态



① 异面直线平移造角与公垂线台 · 方向角 120° → 异面角 60°
② 公垂线段距离 d = 3.0
③ 钝角 120° 必取补角 60°!
④ 异面直线角 θ · 量程[0°, 90°]
⑤ 公垂线距离 d · 量程[0, 4.5]

方向角 φ 120° · 公垂距 d 3.0

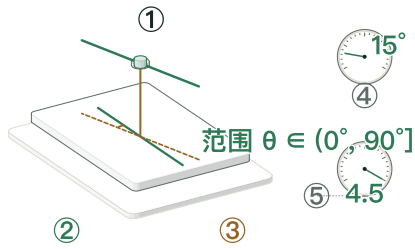
姿态 B · 下界/初始端



① 异面直线平移造角与公垂线台 · 方向角 15° → 异面角 15°
② 公垂线段距离 d = 3.0
③ 锐角/直角 θ = 15° ≤ 90°
④ 异面直线角 θ · 量程[0°, 90°]
⑤ 公垂线距离 d · 量程[0, 4.5]

方向角 φ 15° · 公垂距 d 3.0

姿态 C · 上界/满量程端



① 异面直线平移造角与公垂线台 · 方向角 165° → 异面角 15°
② 公垂线段距离 d = 4.5
③ 钝角 165° 必取补角 15°!
④ 异面直线角 θ · 量程[0°, 90°]
⑤ 公垂线距离 d · 量程[0, 4.5]

方向角 φ 165° · 公垂距 d 4.5

03 · 诊断与易错辨析自测（先独立作答，再核对答案页）

1. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的 12 条棱中，与棱 AB 既不相交也不平行的棱（即异面棱）共有几条?

☐ A2 条　☐ B4 条　☐ C6 条　☐ D8 条

2. 空间中三条直线 a, b, c。若 $a \parallel b$ 且 $b \parallel c$，则直线 a 与 c 的位置关系是:

☐ A一定平行　☐ B一定相交　☐ C可能异面　☐ D平行或异面

3. 在正四面体（四个面均为正三角形的三棱锥）$P - ABC$ 中，棱 PA 与对棱 BC 所成的角的大小为:

☐ A30°　☐ B45°　☐ C60°　☐ D90°

4. 空间中两个角 $\angle A$ 和 $\angle B$ 的两边分别对应平行。已知 $\angle A = 55^\circ$，则 $\angle B$ 的度数为:

☐ A只有 55°　☐ B只有 125°　☐ C55° 或 125°　☐ D大小无法确定

参考答案与防坑要点：

(1) [B]

B。正方体共有 12 条棱。与棱 AB 的关系分类如下：

- 与 AB 平行的棱有 3 条：A_1B_1, CD, C_1D_1；
- 与 AB 相交的棱有 4 条：AA_1, BB_1, AD, BC；
- 排除 AB 本身及上述 7 条棱，剩下的 **4 条棱**与 AB 既不相交也不平行，全部是异面直线，它们是：$CC_1, DD_1, A_1D_1, B_1C_1$。

(2) [A]

A。由立体几何**基本事实 4（平行公理）**：平行于同一条直线的两条直线互相平行。该性质在三维空间中依然具有严格的传递性，因此只要 $a \parallel b$ 且 $b \parallel c$，必有 $a \parallel c$。

(3) [D]

D。取 BC 的中点 D，连结 PD, AD。

因为 $\triangle PBC$ 与 $\triangle ABC$ 都是等边三角形，所以中线也是高：$PD \perp BC$ 且 $AD \perp BC$。

因为 $PD \cap AD = D$，所以 $BC \perp$ 平面 PAD。

又因为 $PA \subset$ 平面 PAD，所以 $BC \perp PA$，即异面直线 PA 与 BC 所成的角是 90°（互相异面垂直）。

结论推广：正四面体的任意一组对棱都互相垂直，这是高考的高频几何特征！

(4) [C]

C。易错警示：根据**等角定理**，空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角**相等或互补**！

当两组对应边方向均相同或均相反时，$\angle B = \angle A = 55^\circ$；当一组方向相同、另一组方向相反时，$\angle B = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$。未给定图形时必须保留两解，切莫漏掉“互补”！