5.6 函数 y=Asin(ωx+φ)

FIG · B1-5-6

01 · 核心定理、公式与阶段边界

函数表达式： $y = A\sin(\omega x + \varphi) = A\sin\left[\omega\left(x + \dfrac{\varphi}{\omega}\right)\right]$

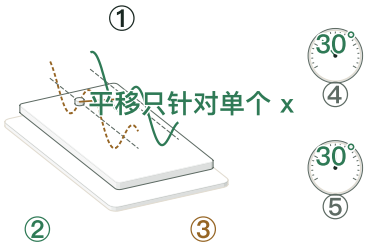
核心参量： 振幅 $|A|$， 最小正周期 $T = \dfrac{2\pi}{|\omega|}$， 频率 $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{|\omega|}{2\pi}$， 初相 φ

五点法解系： 令 $\omega x + \varphi \in \left\{0,\ \dfrac{\pi}{2},\ \pi,\ \dfrac{3\pi}{2},\ 2\pi\right\} \Longrightarrow$ 解出 x 描点作图

双轨变换： 先平移后伸缩：平移量为 $|\varphi|$； 先伸缩后平移：平移量为 $\left|\dfrac{\varphi}{\omega}\right|$

02 · 动手实验台

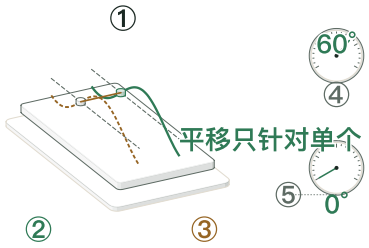
姿态 A · 基准状态



① 三角图象伸缩平移双轨对比台 · ω=2.0, φ=60°
② 正确平移量 -φ/ω ≈ -30.0°
③ 漏除 ω 误移 -φ = -60° (差 ≈30.0°)
④ 正确位移 |φ/ω| · 量程[0°, 90°]
⑤ 漏除ω误差 Δx · 量程[0°, 60°]

角频率 ω 2.0 · 初相 φ 60°

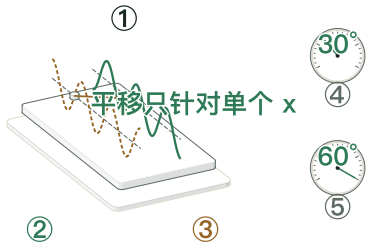
姿态 B · 下界/初始端



① 三角图象伸缩平移双轨对比台 · ω=1.0, φ=60°
② 正确平移量 -φ/ω ≈ -60.0°
③ 漏除 ω 误移 -φ = -60° (差 ≈0.0°)
④ 正确位移 |φ/ω| · 量程[0°, 90°]
⑤ 漏除ω误差 Δx · 量程[0°, 60°]

角频率 ω 1.0 · 初相 φ 60°

姿态 C · 上界/满量程端



① 三角图象伸缩平移双轨对比台 · ω=3.0, φ=90°
② 正确平移量 -φ/ω ≈ -30.0°
③ 漏除 ω 误移 -φ = -90° (差 ≈60.0°)
④ 正确位移 |φ/ω| · 量程[0°, 90°]
⑤ 漏除ω误差 Δx · 量程[0°, 60°]

角频率 ω 3.0 · 初相 φ 90°

03 · 诊断与易错辨析自测（先独立作答，再核对答案页）

1. $y = 3\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$ **的振幅和最小正周期是?**

☐ A振幅 3，周期 π ☐ B振幅 3，周期 4π ☐ C振幅 6，周期 π

2. $y = \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ **在** $[0, \pi]$ **上取到最大值** 1 **时，** $x =$**?**

☐ A $\dfrac{\pi}{4}$ ☐ B $\dfrac{5\pi}{12}$ ☐ C $\dfrac{5\pi}{6}$

3. 要得到 $y = \sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right)$ **的图象，应该把** $y = \sin 2x$ **的图象怎样平移?**

☐ A向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位 ☐ B向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位

☐ C向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位 ☐ D向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位

4. $y = 2\sin(2x + \varphi)$，$|\varphi| < \pi$。**它的图象过点** $(0, 1)$，**并且在** $x = 0$ **附近，** x **增大时** y **也增大。** $\varphi =$**?**

☐ A $\dfrac{\pi}{6}$ ☐ B $\dfrac{5\pi}{6}$ ☐ C $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{5\pi}{6}$

参考答案与防坑要点：

(1) [A]

A。$A=3$，$\omega=2$，$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$。选 B 是拿 2π 乘了 2；选 C 是把最高到最低的距离 6 当成了振幅。

(2) [B]

B。令相位 $2x-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$，$2x=\dfrac{5\pi}{6}$，$x=\dfrac{5\pi}{12}$，在 $[0,\pi]$ 里。选 A 是只解了 $2x=\dfrac{\pi}{2}$，丢了 $-\dfrac{\pi}{3}$；选 C 是忘了除以 2。

(3) [B]

B。把 x 提出来：$\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin 2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$。平移只看 x **本身**加了多少，这里加了 $\dfrac{\pi}{6}$，向左移 $\dfrac{\pi}{6}$。

选 A 是看到括号里 $+\dfrac{\pi}{3}$ 就移 $\dfrac{\pi}{3}$。真把 $y=\sin 2x$ 向左移 $\dfrac{\pi}{3}$，得到的是 $\sin\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right)$，多移了一倍。选 C、D 是方向反了。

(4) [A]

A。代点只得到 $\sin\varphi=\dfrac{1}{2}$，在 $|\varphi|<\pi$ 内有 $\dfrac{\pi}{6}$ 和 $\dfrac{5\pi}{6}$ 两个解，光代一个点定不下来，还得检验。$x=0$ 时相位就是 φ；要在这里上升，相位得落在 $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 里，所以只能是 $\dfrac{\pi}{6}$。$\varphi=\dfrac{5\pi}{6}$ 时图象也过 $(0,1)$，但在那里是下降的。